

﴿قُلْ لَا أَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِ أَجْرًا إِلَّا الْمَوَدَّةَ فِي الْقُرْبَىٰ وَمَن يَقْتَرِفْ حَسَنَةً نَّزِدْ لَهُ فِيهَا حُسْنًا إِنَّ اللَّهَ غَفُورٌ شَكُورٌ﴾

مبادئ حساب المثلثات

المرحلة الجامعية - جميع السنوات

Mohammed\_nh@yahoo.com

يطلب عبر الإنترنت مجاناً

جدول الزوايا التالية بالتقدير الستيني:

	0 أو 360	30	45	60	90	180	270	
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	جا
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	جتا
Tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$	0	$\infty$	ظا

Sin (- θ) = - sin θ	Cos (- θ) = cos θ	Tan (- θ) = tan θ
Sin (90-θ) = cos θ	Cos (90-θ) = sin θ	Tan (90-θ) = cot θ
Sin (90+θ) = cos θ	Cos (90+θ) = - sin θ	Tan (90+θ) = - tan θ
Sin (180-θ) = sin θ	Cos (180-θ) = - cos θ	Tan (180-θ) = - tan θ
Sin (180+θ) = - sin θ	Cos (180+θ) = - cos θ	Tan (180+θ) = - tan θ
Sin (360-θ) = - sin θ	Cos (360-θ) = cos θ	Tan (360-θ) = - tan θ

والجدول السابق صحيح لمقلوبات الدوال المثلثية أيضاً.

جا sin = (مقابل ÷ وتر) و جتا cos = (مجاور ÷ وتر) و ظا tan = (مقابل ÷ مجاور)

جدول المتطابقات المثلثية والتي تساوي الواحد الصحيح:

$\sin\theta \operatorname{cosec}\theta = 1$	$\cos\theta \sec\theta = 1$	$\tan\theta \cot\theta = 1$
$\cosh^2\theta - \sinh^2\theta = 1$	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$
$2\cosh^2\theta - \cosh[2\theta] = 1$	$\cosh[2\theta] - 2\sinh^2\theta = 1$	$\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

﴿يَا قَوْمِ لَا أَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِ أَجْرًا إِنِّي أَجْرِي إِلَّا عَلَى الَّذِي فَطَرَنِي أَفَلَا تَعْقِلُونَ﴾ Mohammed\_nh@yahoo.com

قوانين مجموع زاويتين تحت تأثير دالة ما:

$$\sin(a \pm b) = \sin(a) \cdot \cos(b) \pm \cos(a) \cdot \sin(b)$$

$$\cos(a \pm b) = \cos(a) \cdot \cos(b) \mp \sin(a) \cdot \sin(b)$$

$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan(a) \pm \tan(b)}{1 \mp \tan(a) \cdot \tan(b)}, \quad \cot(a \pm b) = \frac{\cot(a) \cdot \cot(b) \mp 1}{\cot(a) \pm \cot(b)}$$

$$\sinh(a \pm b) = \sinh(a) \cdot \sinh(b) \pm \cosh(a) \cdot \cosh(b)$$

$$\cosh(a \pm b) = \cosh(a) \cdot \cosh(b) \pm \sinh(a) \cdot \sinh(b)$$

قوانين ضعف الزاوية:

$$\cos(2\theta) = \begin{cases} \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ 2 \cdot \cos^2 \theta - 1 \\ 1 - 2 \cdot \sin^2 \theta \end{cases}, \quad \tan(2\theta) = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\sinh(2\theta) = 2 \cdot \sinh \theta \cdot \cosh \theta, \quad \cosh(2\theta) = \cosh^2 \theta + \sinh^2 \theta$$

$$\sin(2\theta) = 2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

قوانين ضعف حاصل ضرب دالتين:

$$2 \cdot \sin(a) \cdot \cos(b) = \sin(a + b) + \sin(a - b)$$

$$2 \cdot \cos(a) \cdot \sin(b) = \sin(a + b) - \sin(a - b)$$

$$2 \cdot \sinh(a) \cdot \cosh(b) = \sinh(a - b) + \sinh(a + b)$$

$$2 \cdot \cos(a) \cdot \cos(b) = \cos(a - b) + \cos(a + b)$$

$$2 \cdot \cosh(a) \cdot \cosh(b) = \cosh(a - b) + \cosh(a + b)$$

$$2 \cdot \sinh(a) \cdot \sinh(b) = \cosh(a + b) - \cosh(a - b)$$

$$2 \cdot \sin(a) \cdot \sin(b) = \cos(a - b) - \cos(a + b)$$

﴿قُلْ لَا أَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِ أَجْرًا إِلَّا الْمَوَدَّةَ فِي الْقُرْبَىٰ وَمَن يَقْتَرِفْ حَسَنَةً نَّرِدْ لَهُ فِيهَا حُسْنًا إِنَّ اللَّهَ غَفُورٌ شَكُورٌ﴾

تعريفات الدوال المثلثية عن طريق الدالة الأسية e:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

$$\text{if } z = \tan \frac{x}{2} \rightarrow \sin(x) = \frac{2z}{1+z^2} \rightarrow \cos(x) = \frac{1-z^2}{1+z^2}$$

قاعدة الجيب:  $\frac{a'}{\sin a} = \frac{b'}{\sin b} = \frac{c'}{\sin c}$  ويستخدم هذا القانون في حل المثلث - أي إيجاد قياس زوايا المثلث الثلاث وأطوال أضلاعه الثلاث.  
قاعدة جيب التمام  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\theta)$  وبالمثل لباقي الأضلاع - يستخدم في حل المثلث.

تعريف الزاوية النصف قطرية: هي الزاوية التي تحصر قوساً من دائرة طوله يساوي نصف قطر الدائرة.  
تعريف الزاوية بالتقدير الدائري: هي النسبة بين طول القوس الذي تحصره هذه الزاوية إلى نصف قطر الدائرة.  
نظام درجات الانحدار: يستخدم في هذا النظام درجة ميل الخط المستقيم كوحدة لقياس الزاوية وفي هذا النظام تقسم المنقلة إلى 200 جزء وتقسم الدائرة إلى 400 جزء متساوٍ.

## قوانين التحويل بين أنظمة قياس الزاوية

تعريفات الحروف المستخدمة في القوانين:

- D هي الزاوية بالقياس الستيني.
- R هي الزاوية بالقياس الدائري.
- U هي الزاوية بدرجات الانحدار.

﴿قُلْ لَا أَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِ أَجْرًا إِلَّا الْمَوَدَّةَ فِي الْقُرْبَىٰ وَمَن يَقْتَرِفْ حَسَنَةً نَّزِدْ لَهُ فِيهَا حُسْنًا إِنَّ اللَّهَ غَفُورٌ شَكُورٌ﴾

$$D = \frac{U \times 9}{100}$$

✓ من انحدار إلى ستيني

$$R = \frac{U \times \pi}{180}$$

✓ من انحدار إلى دائري

$$U = \frac{D \times 100}{9}$$

✓ من ستيني إلى انحدار

$$U = \frac{R \times 200}{\pi}$$

✓ من دائري إلى انحدار

وإليك قانون للتحويل بين أي من التقديرين إما الستيني أو الدائري  $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$

لا تتردد في طلب نسختك عبر الإنترنت مجاناً [Mohammed\\_nh@yahoo.com](mailto:Mohammed_nh@yahoo.com)

أخي القارئ الكريم ... لا يوجد شيء كامل ... فإن الكمال لله وحده.  
لذا فإني أناشدك أخي في الله أن لا تبخل على برسالة تهدي إلى فيها عيوبي.  
رحم الله رجلاً أهدى إلى عيوبي.

فلا تبخل على بملحوظة أو إذا وجدت خطأ فراسلني لتصحيحه لِنُكُونْ معاً على الإنترنت  
أكبر مرجع في علوم الرياضيات بالعربية ... إن شاء الله

﴿يَا قَوْمِ لَا أَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِ أَجْرًا إِنِّي أَجْرِي إِلَّا عَلَى الَّذِي فَطَرَنِي أَفَلَا تَعْقِلُونَ﴾ [Mohammed\\_nh@yahoo.com](mailto:Mohammed_nh@yahoo.com)